

Четность. Суммы и произведения.

Задача 1. Не выполняя никаких арифметических действий, назовите чётность чисел:

а) $1000-947 \cdot 7567 \cdot 76+2017+2018$

б) $204 \cdot 2121+5360 \cdot 7+3121+6731 \cdot 81 \cdot 11-154-77+87$

в) $(1246254651-45645645) \cdot (67876-59681) + (1163-712) \cdot (948-8569) + 886541 \cdot 735 + 1$

Задача 2. Можно ли на чашечных весах расположить несколько шести- и восьмифунтовых гирь и одну 17-фунтовую так, чтобы весы оказались в равновесии?

Задача 3. Сложили 5 целых чисел. Получили 2018. Сколько среди них может быть нечётных?

Задача 4. Разность двух целых чисел умножили на их произведение. Могли ли получить 2019?

Задача 5. Парламент состоит из двух равных по численности палат. На совместном заседании присутствовали все, и никто не воздержался при голосовании. Когда было объявлено, что некоторое решение было принято большинством в 23 голоса, оппозиция закричала "Это обман!". Почему?

Задача 6. Сумма четырнадцати целых чисел является нечётным числом. Может ли их произведение тоже быть нечётным?

Задача 7. В ряд выписаны числа от 1 до 50. Можно ли расставить между ними знаки «+» и «-» так, чтобы значение полученного выражения было равно нулю?

Задача 8. Кузнечик прыгает по прямой, причем в первый раз он прыгнул на 1 см в какую-то сторону, во второй раз – на 2 см, в третий – на 3 см, и так далее. Докажите, что он не сможет за 2018 прыжков вернуться в начальную точку.

Задача 9. На доске написаны числа 1, 2, ..., 102. Разрешается стереть с доски любые два числа и вместо них написать их разность (вычитаем из большего меньшее). В конце концов на доске останется одно число. Может ли оно равняться нулю?

Задача 10. Рассмотрим первые 50 натуральных чисел. Докажите, что сумма каких-то 26 из них не равна сумме 24 других.

Задача 11. Можно ли все натуральные числа от 1 до 33 разбить на 11 групп так, чтобы в каждой группе одно число было равно сумме двух других чисел?

Задача 12. У барона Мюнхгаузена есть 50 гирь. Веса этих гирь – различные натуральные числа, не превосходящие 100, а суммарный вес гирь – чётное число. Барон утверждает, что нельзя часть этих гирь положить на одну чашу весов, а остальные – на другую чашу так, чтобы весы оказались в равновесии. Могут ли эти слова барона быть правдой?

Задача 13. Есть 10 пар карточек, на которых записаны числа 0, 0, 1, 1, ..., 9, 9. Можно ли выложить карточки в ряд так, чтобы между любыми двумя карточками с цифрами N лежало ровно N карточек?